

第三章 數型與數列

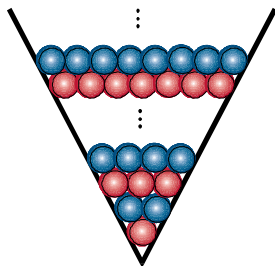
選擇題

- 下列哪一項關於 1 024, 256, 64, 16, 4 這組數字的規律的描述是正確的？
 - 第一個數是 1 024，隨後每個數是其前一個數乘以 4。
 - 第一個數是 1 024，隨後每個數是其前一個數除以 4。
 - 第一個數是 1 024，隨後每個數是其前一個數減 768。
 - 第一個數是 1 024，隨後每個數是其前一個數減 256。
- 以下哪項必定正確？
 - 49 是正方形數。
 - 81 是正方形數。
 - 99 不是正方形數。
 - 只有 I
 - 只有 II
 - I 和 II
 - I、II 和 III
- 在 260 至 300 中共有多少個正方形數？
 - 1 個
 - 2 個
 - 3 個
 - 4 個
- 以下哪一項必定正確？
 - 6 和 50 都是三角形數。
 - 4 和 45 都是三角形數。
 - 12 和 21 都是三角形數。
 - 1 和 78 都是三角形數。
- 利用三角形數圖形的規律，找出下列共有多少個三角形數。
35, 12, 27, 231
 - 1 個
 - 2 個
 - 3 個
 - 4 個

6. 以下哪一項把正方形數分解成兩個連續三角形數之和？
- A. $400 = 378 + 22$
 - B. $400 = 300 + 100$
 - C. $400 = 210 + 190$
 - D. $400 = 153 + 247$

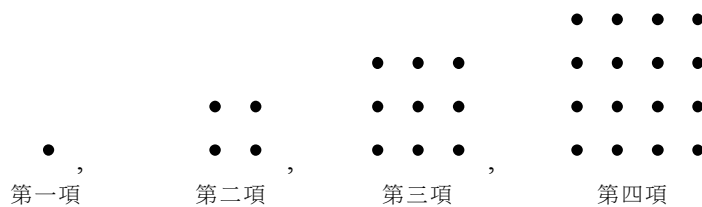
7. 下列哪項關於數字 1 的句子是正確的？
- A. 它是三角形數，但不是正方形數。
 - B. 它是正方形數，但不是三角形數。
 - C. 它既是三角形數，又是正方形數。
 - D. 它既不是三角形數，又不是正方形數。

8. 下圖所示為一個堆放筆的 V 形架，紅、藍筆各層相間隔，它的最下面一層放一枝紅筆，往上每一層都比它下面一層多放一枝。若共有三十五層筆，問紅、藍筆各有多少枝？



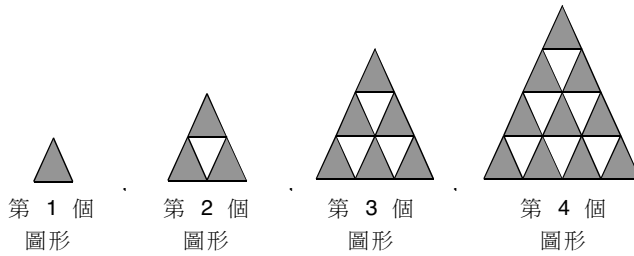
- A. 紅筆 306 枝，藍筆 324 枝
- B. 紅筆 324 枝，藍筆 324 枝
- C. 紅筆 306 枝，藍筆 306 枝
- D. 紅筆 324 枝，藍筆 306 枝

9. 下圖是正方形數列的首 4 項。現有 700 粒小圓點，並要組成一個最大的正方形，問所組成的正方形是正方形數列中的第幾項？



- A. 第二十四項
- B. 第二十五項
- C. 第二十六項
- D. 第二十七項

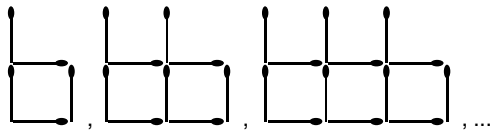
10. 下圖為一系列有規律的圖形：



求第 13 個圖形中灰色三角形的數量。

- A. 66
- B. 78
- C. 91
- D. 94

11. 以下圖形是由長度相等的火柴組成。



問構成這些圖形的火柴數量組成哪一種數列？

- A. 正方形數列
- B. 等比數列
- C. 等差數列
- D. 三角形數列

12. 寫出數列 100, 98.1, 96.2, 94.3, ... 隨後的三項。

- A. 92.1, 90.2, 88.3
- B. 92.2, 90.3, 88.4
- C. 92.3, 90.4, 88.5
- D. 92.4, 90.5, 88.6

13. 寫出數列 0.002, 0.01, 0.05, 0.25, ... 隨後的三項。

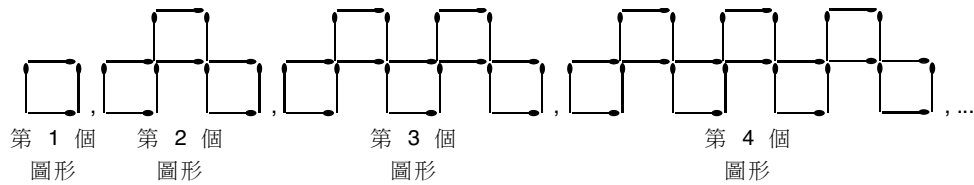
- A. 0.5, 2.5, 12.5
- B. 1.05, 5.25, 26.25
- C. 1.25, 6.25, 31.25
- D. 1.5, 7.5, 37.5

14. 求數列 1, 3, 9, □, 81, ... 的第四項。

- A. 30
- B. 36
- C. 24
- D. 27

15. 正方形數列 1, 4, 9, 16, ... 中, 225 及 324 分別是它的第幾項?
- A. 第十五項和第十八項
 B. 第十六項和第十九項
 C. 第十四項和第十八項
 D. 第二百二十五項和第三百二十四項

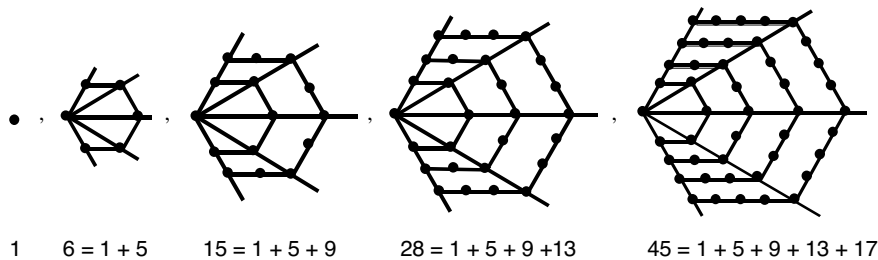
16. 下圖為一系列有規律的圖形, 它們是由長度相等的火柴組成。



求第 10 個圖形中正方形的數量。

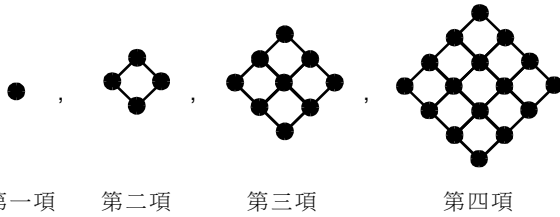
- A. 10
 B. 17
 C. 18
 D. 19
17. 求斐波那契數列 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... 的第十二項。
- A. 47
 B. 81
 C. 142
 D. 144

18. 若一個數可排列成下列正六邊形的形式, 便稱為正六邊形數。正六邊形數可以表示為其固定差為 4 的等差數列的和。試求第十五個六邊形數。



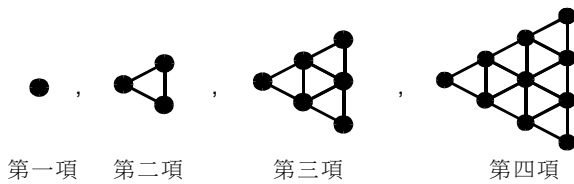
- A. 425
 B. 430
 C. 435
 D. 436

19. 下圖為某數列的首 4 項，求第三項、第十項和第十二項的點數之和。



- A. 225
- B. 235
- C. 248
- D. 253

20. 下圖為某數列的首 4 項，求第四項、第六項和第十項的點數之和。



- A. 82
- B. 83
- C. 86
- D. 91

21. 數列 $\square, \frac{7}{8}, \square, 4\frac{3}{4}, 8\frac{5}{8}, 13\frac{3}{8}, \square, \dots$ 從第三項起，每項都是前兩項之和。試依次填寫空格中的數。

- A. $3, 3\frac{7}{8}, 22$
- B. $3\frac{7}{8}, 3, 22$
- C. $3, 3\frac{7}{8}, 21$
- D. $2\frac{7}{8}, 3\frac{7}{8}, 22$

22. 某組數字的規律如下：

第二個數字是第一個的 2 倍加 2，第三個數字是第二個的 2 倍加 2，餘此類推。

問以下哪一組是該組數字？

- A. 4, 6, 8, 10, 12
- B. 1, 2, 4, 10, 22
- C. 2, 6, 14, 20, 54
- D. 1, 4, 10, 22, 46

23. 數列 5, 1, 6, 7, 13, 20, 33, ... 從第三項起，每項都是前兩項之和。在此數列的首十五項中，所有偶數項之和是多少？

- A. 3 079
- B. 1 537
- C. 1 536
- D. 1 517

24. 下列哪項為數列 3, 12, 27, 48, 75, ... 的數型？

- I. $3(n+3)$
- II. $3n^2$
- III. $(n+2)^2$

- A. 只有 I
- B. 只有 II
- C. 只有 III
- D. I 和 II

25. 下列哪項為數列 $\frac{5}{3}, \frac{10}{8}, \frac{17}{15}, \frac{26}{24}, \frac{37}{35}, \dots$ 的數型？

- I. $\frac{n+4}{n+2}$
- II. $\frac{(n+1)^2+1}{(n+1)^2-1}$
- III. $\frac{(3n)^2-4}{n^2+2}$

- A. 只有 I
- B. 只有 II
- C. 只有 III
- D. I 和 II

26. 下列哪項是數列 $\frac{2 \times 1^2 - 1}{5}, \frac{2 \times 2^2 - 1}{6}, \frac{2 \times 3^2 - 1}{7}, \frac{2 \times 4^2 - 1}{8}, \frac{2 \times 5^2 - 1}{9}, \frac{2 \times 6^2 - 1}{10}, \dots$ 的數型？

- I. $\frac{2n^2-1}{n+4}$
- II. $\frac{(2n)^2-n}{n+4}$
- III. $\frac{n(2n-1)}{n+4}$

- A. 只有 I
- B. 只有 II
- C. 只有 III
- D. I 和 II

27. 試寫出數列 $2, \frac{5}{2}, \frac{10}{3}, \frac{17}{4}, \dots$ 的數型。

- A. $\frac{n^2+1}{n}$ B. $\frac{2n+1}{n}$
 C. $\frac{n+3}{n}$ D. $\frac{n^2+2}{n}$

28. 試寫出數列 $2, 2+3 \times 1, 2+3 \times 2, 2+3 \times 3, \dots$ 的數型。

- A. $2+3n$
 B. $2+3(n-1)$
 C. $2+3(n+1)$
 D. $3n+1$

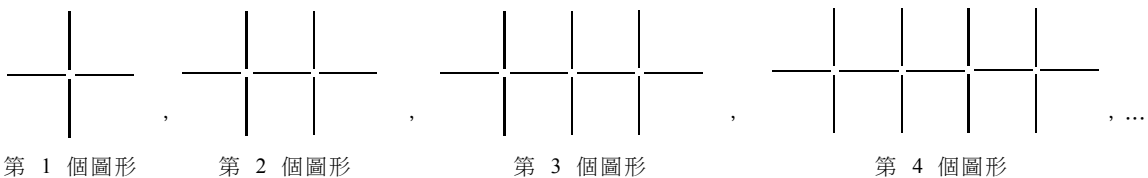
29. 若一數列的數型為 $3n^2+1$ ，求該數列之首四項。

- A. 10, 37, 82, 145
 B. 4, 7, 10, 13
 C. 4, 13, 28, 49
 D. 16, 49, 100, 169

30. 若一數列的數型為 $2(n+2)^2$ ，求該數列之第一項、第三項及第六項。

- A. 18, 50, 128
 B. 36, 100, 256
 C. 16, 64, 196
 D. 8, 32, 98

31. 下圖為一系列有規律的圖形，它們是由長度相等的火柴組成。



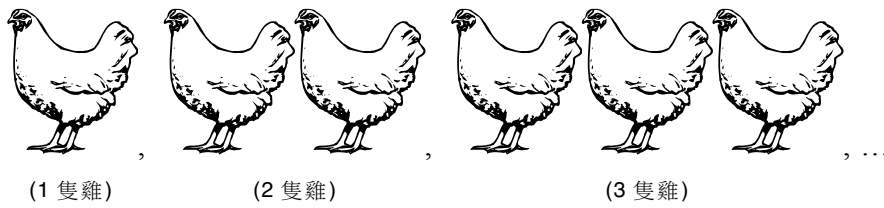
現在有火柴 31 根，問能否組成此數列中的圖形？如果能，應是第幾個圖形？

- A. 能，第 9 個圖形
 B. 能，第 10 個圖形
 C. 能，第 11 個圖形
 D. 不能

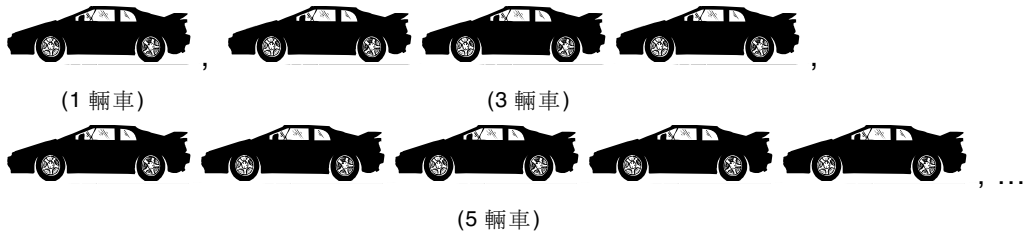
32. 在數列 $1^2 + 1, 2^2 + 2, 3^2 + 3, 4^2 + 4, 5^2 + 5, 6^2 + 6, \dots$ 中，若第 n 項為 462，求 n 的值。
- A. 18
B. 19
C. 20
D. 21
33. 下列哪項為數列 $\frac{3 \times 5}{2}, \frac{8 \times 10}{4}, \frac{13 \times 15}{6}, \frac{18 \times 20}{8}, \dots$ 的數型？
- I. $\frac{5}{2}(5n-2)$
II. $\frac{15}{2} + (n-1)$
III. $\frac{5}{2}n - 5$
- A. 只有 I
B. 只有 II
C. 只有 III
D. I、II 和 III
34. 試寫出數列 1, 3, 6, 10, ... 的數型。
- A. $2n+1$
B. $\frac{n(n-1)}{2}$
C. $2n-1$
D. $\frac{n(n+1)}{2}$
35. 試寫出數列 $2, 2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{3}, 4\frac{1}{4}, \dots$ 的數型。
- A. $2n + \frac{1}{n}$
B. $n + \frac{1}{2n}$
C. $2n-1$
D. $n + \frac{1}{n}$

程度一

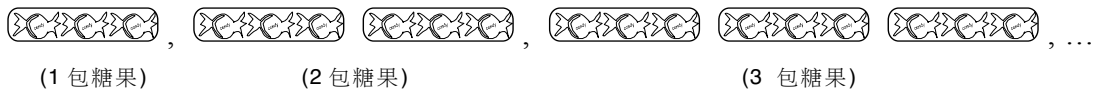
1. (a) 描述下圖雞腿數目的規律。



(b) 描述下圖車輪數目的規律。



2. (a) 描述下圖糖果數目的規律。



(b) 下圖為細胞分裂的過程，試描述細胞數目的規律。



3. 試描述下列各組數字的規律。

(a) 1, 8, 15, 22, 29

(b) -8, -4, 0, 4, 8

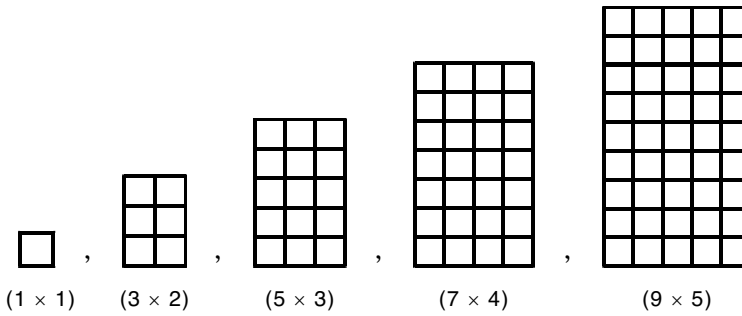
4. 試描述下列各組數字的規律。

(a) 2, 6, 18, 54, 162

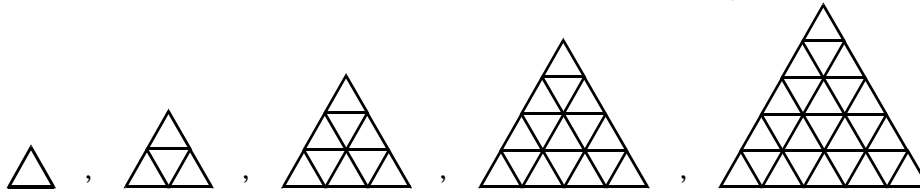
(b) 224, 112, 56, 28, 14

5. 試依據每個圖形的邊長，描述下列各組圖形的規律。

(a) (下圖中，每個細方格皆為相同大小之正方形。)



(b) (下圖中，每個細三角形皆為相同大小之等邊三角形。)

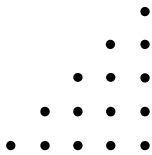


6. (a) 列出所有由 20 至 60 的三角形數。

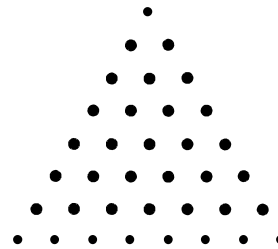
(b) 列出所有由 30 至 110 的正方形數。

7. 下列各圖是一堆排列成三角形的小圓點，試利用三角形數圖形的規律，求下列各圖中小圓點的數量。

(a)

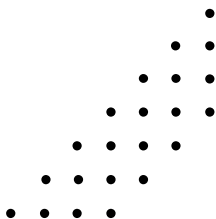


(b)

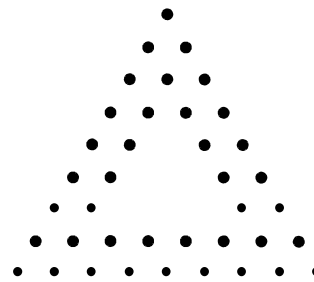


8. 下列各圖是一堆排列成三角形的小圓點，其中部分小圓點被取去。試利用三角形數圖形的規律，求下列各圖中小圓點的數量。

(a)



(b)

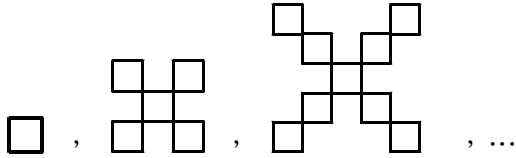


9. 把下列正方形數分解為兩個連續三角形數之和。

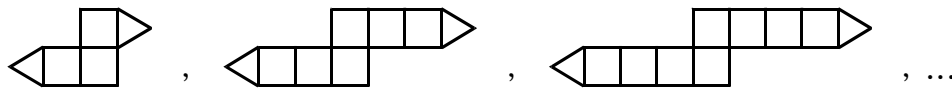
- (a) 64 (b) 81 (c) 121

10. 下列各組圖形由長度相等的火柴組成。試繪畫下列各組圖形隨後的三個圖形。

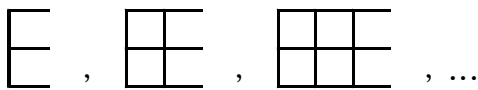
(a)



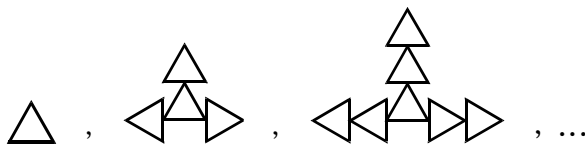
(b)



(c)



(d)



11. 試寫出下列各數列的規律及隨後的三項，並說明屬哪種數列。

- (a) 5, 11, 17, 23, ... (b) 2, 8, 32, 128, ...

12. 試寫出下列各數列的規律及隨後的三項，並說明屬哪種數列。

- (a) 91, 87, 83, 79, ... (b) 120, 60, 30, 15, ...

13. 試寫出首 10 個斐波那契數。

14. 試寫出下列各數列的數型。

- (a) $1 \times 4 + 2, 2 \times 4 + 2, 3 \times 4 + 2, 4 \times 4 + 2, \dots$

- (b) $1 \times 2 - 3, 2 \times 2 - 3, 3 \times 2 - 3, 4 \times 2 - 3, \dots$

15. 試寫出下列各數列的數型。

- (a) 3, 7, 11, 15, 19, ...

- (b) 98, 91, 84, 77, 70, ...

- (c) 2, 13, 24, 35, 46, ...

16. 試寫出下列各數列的數型。

- (a) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$

- (b) -6, 12, -18, 24, ...

17. 試根據數列 $\frac{1}{3}, \frac{3}{7}, \frac{5}{11}, \frac{7}{15}, \dots$ ，寫出

(a) 隨後的兩項。

(b) 數列的數型。

18. 試寫出數列 $\frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{1}, -\frac{4}{1}, -\frac{5}{3}, \dots$ 的數型。

19. (a) $2 + 4 = 6$; $6 + 8 = 14$; $4 + 8 = 12$; $2 + 8 = 10$; $10 + 12 = 22$

根據上述的結果，猜想兩偶數之和有何規律？

(b) $2 \times 8 = 16$; $4 \times 10 = 40$; $6 \times 8 = 48$; $10 \times 6 = 60$; $8 \times 4 = 32$

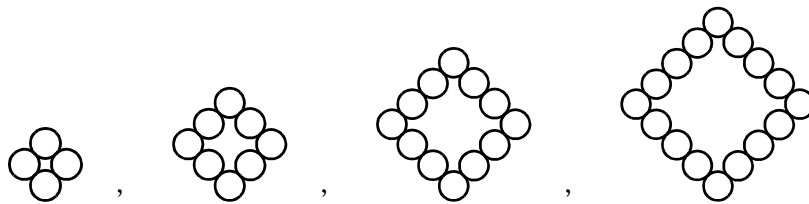
根據上述的結果，猜想兩偶數之積有何規律？

20. 根據下列各組硬幣的排列，試描述硬幣數量與硬幣之間接觸點數目的規律。

(a)



(b)



程度二

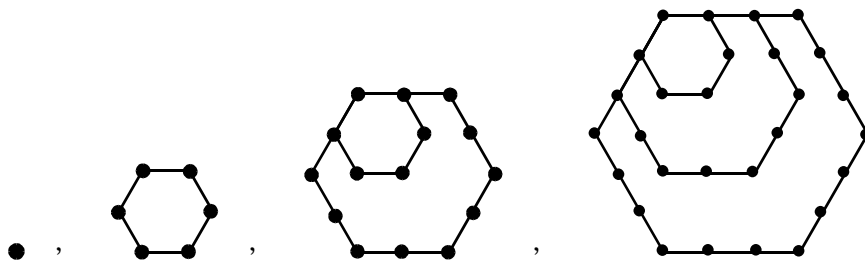
21. 試列出所有 1 至 60 內屬於下列各類型數的數。

(a) 三角形數

(b) 斐波那契數

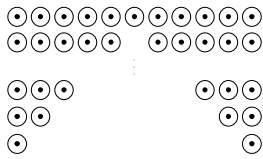
(c) 三角形數及斐波那契數

22. 觀察下圖六邊形數的規律：

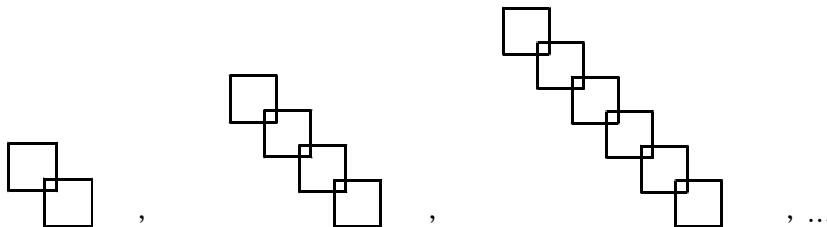


試寫出所有由 50 至 120 的六邊形數。

23. 下圖所示為一幅掛在木板上的鏢靶。各排圓形鏢靶的數量由下至上是 2, 4, 6, ...，而最後一排的鏢靶數量是 11。現在由最下排開始射靶。



- (a) 已知該木板上共有六排鏢靶，問共有多少個鏢靶？
 (b) 若首四排鏢靶已被射中，問未被射中的鏢靶有多少個？
24. 試繪畫代表下列各數列的圖形，這些圖形必須有一定的規律。
 (a) $1 \times 2 + 1, 2 \times 2 + 1, 3 \times 2 + 1, \dots$ (b) $1 \times 5 - 2, 2 \times 5 - 2, 3 \times 5 - 2, \dots$
25. (a) 試寫出斐波那契數列中的第六項、第十二項和第十八項。
 (b) 求這三個數的最大公因數。
26. 下列為各數列的數型，求各數列的首四項。
 (a) $3n + 1$ (b) 4^n (c) n^3 (d) $\frac{n(n+1)}{3}$
27. 下列為各數列的數型，求各數列的首四項。
 (a) $(5n)^2$ (b) $n^2 + 3n$
28. (a) 試寫出數列 101, 92, 83, ... 的數型。
 (b) 求該數列的第二十項。
29. (a) 試寫出數列 1, 7, 13, ... 的數型。
 (b) 若第 n 項是 67，求 n 的值。
30. (a) 試寫出數列 4, 8, 12, ... 的數型。
 (b) 若第 n 項是 1 024，求 n 的值。
31. (a) 下圖為一系列有規律的圖形，試繪畫隨後的兩個圖形。



- (b) 根據(a)小題的圖形，完成下表。

| | | | | | |
|----------|---|---|---|---|----|
| 正方形的數目 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 正方形的交點數目 | | | | | |

- (c) 試不繪畫圖形，求 24 個正方形的交點數目。