

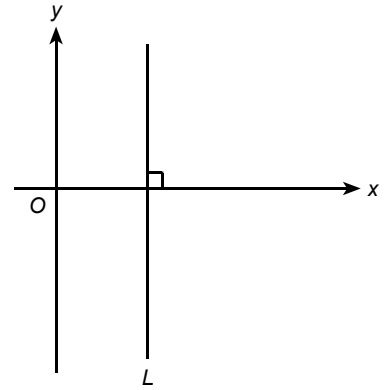
第 12 章 直角坐標幾何

選擇題

1. 已知 $A(2, 4)$ 、 $B(4, 2)$ 、 $C(2, 9)$ 和 $D(7, 2)$ 四點，求 AC 及 BD 長度的關係。
 - A. $AC + 2 = BD$
 - B. $AC + 3 = BD$
 - C. $AC = BD + 2$
 - D. $AC = BD + 3$
2. 已知三角形的頂點為 $A(2, 3)$ 、 $B(4, 4)$ 和 $C(5, 2)$ ，問 $\triangle ABC$ 是哪一類三角形？
 - A. 等腰三角形
 - B. 等邊三角形
 - C. 不規則三角形
 - D. 不能判斷
3. $ABCD$ 是一正方形，已知 A 和 D 的坐標分別是 $(0, 0)$ 和 $(7, 0)$ ，求 C 的可能坐標。
 - I. $(7, 7)$
 - II. $(0, 7)$
 - III. $(-7, -7)$
 - IV. $(7, -7)$
 - A. 只有 I 和 III
 - B. 只有 I 和 IV
 - C. 只有 I、II 和 IV
 - D. I、II、III 和 IV
4. 已知平行四邊形 $ABCD$ 的頂點分別是 $A(1, 1)$ 、 $B(1, 5)$ 、 $C(3, 4)$ 和 $D(3, 0)$ ，求平行四邊形 $ABCD$ 的面積。
 - A. 4
 - B. 6
 - C. 8
 - D. 10
5. $P(3, 4)$ 、 $Q(7, 6)$ 和 $R(8, 4)$ 為一直角三角形的頂點，求該直角三角形的面積。
 - A. 5
 - B. $5\sqrt{5}$
 - C. 10
 - D. $10\sqrt{5}$

6. 下圖所示為直線 L ，以下哪一項是正確的？

- A. L 的斜率 = 0
- B. L 的斜率 > 0
- C. L 的斜率 < 0
- D. L 的斜率是未下定義的。



7. 求穿過 $P(-3, -2)$ 和 $Q(2, 6)$ 兩點的直線與 y 軸的交點坐標。

- A. $(-\frac{7}{4}, 0)$
- B. $(-\frac{11}{4}, 0)$
- C. $(0, -\frac{34}{5})$
- D. $(0, \frac{14}{5})$

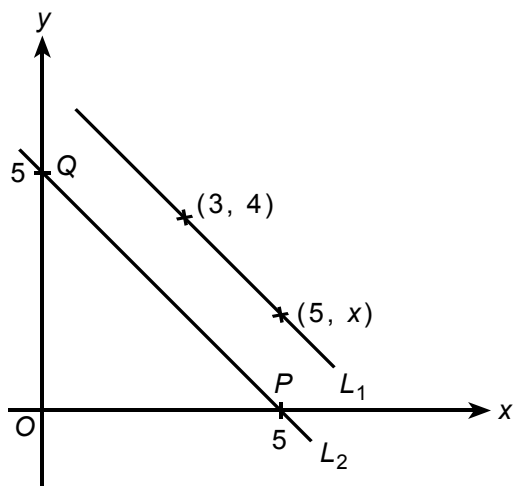
8. 一條斜率為 -2 的直線與 x 軸和 y 軸分別相交於 $A(a, 0)$ 和 $B(0, b)$ 兩點。若 O 為原點，求 $\triangle AOB$ 的面積。

- A. $\frac{1}{2}b^2$
- B. b^2
- C. $\frac{1}{2}a^2$
- D. a^2

9. 穿過 $A(0, 7)$ 和 $B(1, 13)$ 的直線與下列哪條直線互相平行？

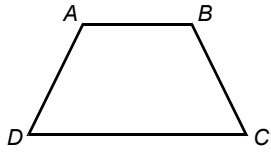
- I. 穿過 $C(1, 13)$ 和 $D(-2, -5)$ 的直線
 - II. 穿過 $E(-2, -5)$ 和 $F(3, 25)$ 的直線
 - III. 穿過 $G(0, 8)$ 和 $H(1, 15)$ 的直線
 - IV. 穿過 $X(3, 29)$ 和 $Y(-1, 1)$ 的直線
- A. 只有 I
 - B. 只有 I 和 II
 - C. 只有 II 和 III
 - D. 只有 III 和 IV

10. 下圖中，若 $L_1 \parallel L_2$ ，且 L_2 與 x 軸及 y 軸分別相交於 P 和 Q 兩點，求 x 的值。



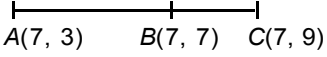
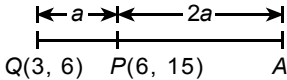
- A. -2
- B. -3
- C. 2
- D. 3

11. 下圖所示為梯形 $ABCD$ ，其中 $AB \parallel DC$ 。 A 、 B 、 C 和 D 的坐標分別是 $(2, 7)$ 、 $(5, 7)$ 、 $(9, 3)$ 及 $(-1, x)$ ，求 x 的值。

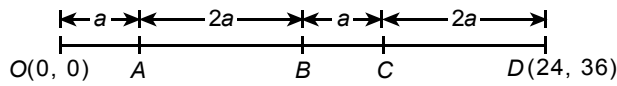


- A. 5 B. 3 C. 0 D. -3
12. 已知 $A(2, 3)$ 、 $B(0, -1)$ 、 $C(3, 4)$ 和 $D(4, 2)$ 四點。下列哪一項是正確的？
- A. $AB \perp DA$
 B. $BC \perp DA$
 C. $CD \perp DA$
 D. $AB \perp CD$
13. 已知穿過 A 、 B 兩點的直線與斜率為 $-\frac{5}{2}$ 的直線互相垂直。若 A 和 B 的坐標分別是 $(7, 9)$ 和 $(c, 5)$ ，求 c 的值。
- A. 14 B. 13 C. $\frac{43}{5}$ D. -3
14. 已知直線 l_1 、 l_2 、 l_3 和 l_4 的斜率分別是 $\frac{1}{2}$ 、 -2 、 $\frac{1}{2}$ 和 3 ，以下哪一項是不正確的？
- A. $l_1 \perp l_2$
 B. $l_2 \perp l_3$
 C. $l_1 \parallel l_2$
 D. $l_1 \parallel l_3$
15. 已知 $P(k+1, m+1)$ 、 $Q(k, m-2)$ 和 $R(2k+2, m+3)$ 三點。若 $PQ \perp PR$ ，求 QR 的斜率。
- A. -1 B. $\frac{5}{7}$ C. m D. $-m$
16. 已知 $P(-1, 2)$ 、 $Q(2, 5)$ 和 $R(6, -1)$ 三點。 S 是 PQ 上的一點且 $RS \perp PQ$ ，求 S 的坐標。
- A. $(4, -3)$ B. $(2, 5)$ C. $(1, 4)$ D. $(-1, 2)$
17. L_1 穿過 $A(x, 5)$ 和 $B(-3, 1)$ ， L_2 穿過 $C(-3, 7)$ 和 $D(2, y)$ ， L_3 穿過 $E(-4, -3)$ 和 $F(2, 3)$ 。若 $L_2 \perp L_3$ 和 $L_1 \parallel L_2$ ，求 x 和 y 的值。
- A. $x = -7, y = 2$
 B. $x = -1, y = 2$
 C. $x = 1, y = 2$
 D. $x = 1, y = 12$

18. 已知 A 和 B 的坐標分別是 $(3, 11)$ 和 $(-7, 9)$ ， P 為線段 AB 上的一點，且 $AP : PB = 1 : 1$ 。求 P 的坐標。
- A. $(-2, -1)$
 - B. $(-2, 10)$
 - C. $(2, 1)$
 - D. $(5, 10)$
19. 已知 A 的坐標是 $(1, -4)$ ， B 的坐標是 $(-5, -8)$ ， C 為線段 AB 的延長線上的一點，且 $AB : BC = 1 : 1$ 。求 C 的坐標。
- A. $(-11, -12)$
 - B. $(-9, -20)$
 - C. $(-2, -6)$
 - D. $(11, 12)$
20. 已知 $A(a + b, c - d)$ 和 $B(a + b, -c + d)$ 兩點。若 C 是線段 AB 的中點，以下哪一項正確？
- A. C 在 x 軸上。
 - B. C 在 y 軸上。
 - C. A 和 B 在 x 軸上。
 - D. A 和 B 在 y 軸上。
21. 已知 $A(7, 9)$ 和 $B(2, -2)$ 兩點， Q 在線段 AB 上， $AQ : QB = 5 : 3$ ，求 Q 的坐標。
- A. $(1\frac{3}{8}, 4\frac{5}{8})$
 - B. $(3\frac{7}{8}, 2\frac{1}{8})$
 - C. $(5\frac{1}{8}, 4\frac{7}{8})$
 - D. $(10, \frac{1}{2})$
22. 已知 $A(-4, 5)$ 和 $B(2, -7)$ 兩點。若 P 是線段 AB 上的一點，且 $BP = \frac{3}{5}AB$ ，求 P 的坐標。
- A. $(\frac{16}{5}, -\frac{29}{5})$
 - B. $(-\frac{16}{5}, \frac{29}{5})$
 - C. $(-\frac{8}{5}, \frac{1}{5})$
 - D. $(-\frac{2}{5}, -\frac{11}{5})$

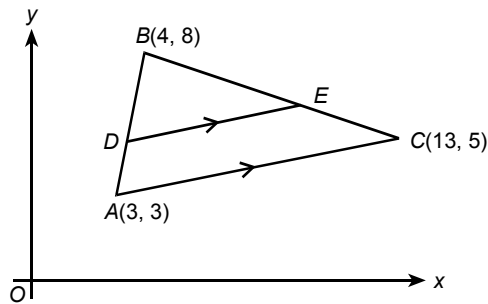
23. 已知 $A(4, 8)$ 和 $B(-1, 18)$ 兩點。 P 是線段 AB 上的一點，且 $AP = \frac{2}{3}PB$ ，求 P 的坐標。
- A. $(1, 14)$
 B. $(2, 12)$
 C. $(\frac{44}{5}, 12)$
 D. $(\frac{44}{5}, 14)$
24. 已知 $A(a+b, a-b)$ 和 $B(-b-a, a+b)$ 兩點。 P 是線段 AB 上的一點，且 $\frac{AP}{BP} = \frac{b}{a}$ ，求 P 的坐標。
- A. $(a-b, \frac{a^2+b^2}{a+b})$
 B. $(\frac{a^2+b^2}{a+b}, \frac{a^2+2ab-b^2}{a+b})$
 C. $(\frac{a^2-b^2}{a+b}, \frac{a^2+b^2}{a+b})$
 D. $(\frac{-a^2+2ab+b^2}{a+b}, \frac{a^2+2ab-b^2}{a+b})$
25. 已知 $A(x, 6)$ 和 $B(5, y)$ 兩點。若 $Q(2, -1)$ 以 $5:3$ 的比把線段 AB 分成兩部分，求 x 和 y 的值。
- A. $x = -3, y = -5\frac{1}{5}$
 B. $x = -3, y = -7$
 C. $x = \frac{1}{5}, y = -12\frac{2}{3}$
 D. $x = 13\frac{2}{3}, y = 2$
26. 下圖所示為線段 AC ， B 是 AC 上的一點，求 $AB:BC$ 。
- 
- A. $2:1$ B. $3:7$ C. $7:7$ D. $7:9$
27. 下圖所示為線段 QA ， P 是 QA 上的一點，若 $QP = a$ ， $PA = 2a$ ，求 A 的坐標。
- 
- A. $(6, 18)$ B. $(9, 24)$ C. $(12, 33)$ D. $(18, 21)$

28. 下圖所示為線段 OD ， A 、 B 和 C 是 OD 上的點，若 $OA = BC = a$ 和 $AB = CD = 2a$ ，求 A 的坐標。



- A. (2, 3) B. (4, 6) C. (6, 9) D. (8, 10)
29. 已知 A 和 B 的坐標分別為 $(-3, -4)$ 和 $(12, 8)$ 。若 $P(2, 0)$ 在線段 AB 上，求 $AP : PB$ 。
- A. 1 : 2 B. 2 : 1 C. 1 : 6 D. 6 : 1
30. 已知 $A(4, -2)$ 和 $B(2, 8)$ 兩點。若 M 是線段 AB 上的一點，且 $AM : MB = 1 : 3$ ，求 M 的坐標。
- A. $(-\frac{7}{2}, -\frac{1}{2})$ B. $(-\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ C. $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ D. $(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2})$
31. 已知 $A(15, -3)$ 和 $B(-12, 6)$ 兩點。若 P 和 Q 在線段 AB 上，且 $AP : PQ : QB = 4 : 2 : 3$ ，求 P 的坐標。
- A. $(-3, -1)$ B. $(-3, 3)$ C. $(3, 1)$ D. $(3, -3)$
32. 直線 $L : y = 2x + 10$ 與 x 軸相交於 A 點，與 y 軸相交於 B 點。若 $P(-2, y)$ 在線段 AB 上，求 $AP : PB$ 。
- A. 2 : 3 B. $-2 : 3$ C. 3 : 2 D. $3 : -2$
33. 已知正方形 $ABCD$ 的頂點為 $A(0, 0)$ 、 $B(-6, 0)$ 、 $C(-6, 6)$ 和 $D(0, 6)$ 。求正方形 $ABCD$ 對角線交點的坐標。
- A. (0, 3) B. $(-3, 0)$ C. $(-3, 3)$ D. $(-3, 6)$
34. 已知正方形 $ABCD$ 的頂點為 $A(-4, -5)$ 、 $B(6, -5)$ 、 $C(6, 5)$ 和 $D(-4, 5)$ 。求正方形 $ABCD$ 的中心點 P 的坐標。
- A. (0, 1) B. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ C. (1, -5) D. (1, 0)

35. 下圖所示為 $\triangle ABC$ ，已知 $DE \parallel AC$ 及 $BD : DA = 2 : 1$ ，求 E 的坐標。

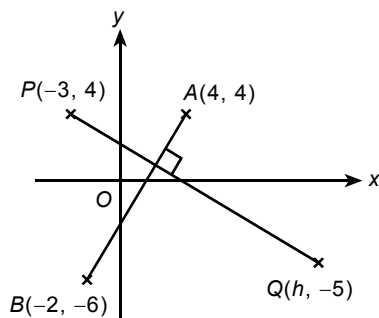


- A. $(\frac{17}{3}, \frac{13}{3})$ B. (7, 7) C. (10, 6) D. (11, 7)

程度一

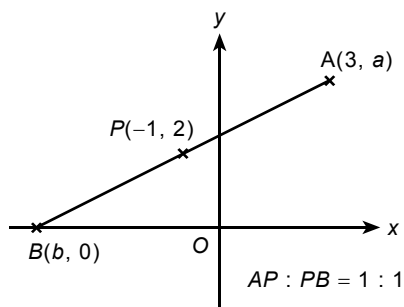
1. 求 $A(-2, 7)$ 和 $B(6, -4)$ 兩點之間的距離。(答案準確至 3 位有效數字)
2. 已知 $\triangle ABC$ 的頂點為 $A(4, 3)$ 、 $B(9, 3)$ 和 $C(1, 0)$ ，求 $\triangle ABC$ 的周界。(答案準確至 3 位有效數字)
3. 已知 $\triangle ABC$ 的頂點為 $A(1, 4)$ 、 $B(2, 3)$ 和 $C(-2, -1)$ ，求證 $\triangle ABC$ 是直角三角形。
4. 求穿過 $A(2, -1)$ 和 $B(5, 2)$ 兩點的直線的斜率。
5. 若 $A(2, a)$ 、 $B(-3, 6)$ 和 $C(-6, 12)$ 三點共線，求 a 的值。
6. 已知直線 L_1 的斜率是 2，而直線 L_2 穿過 $A(2, 9)$ 和 $B(-2, 1)$ 兩點，求證 $L_1 \parallel L_2$ 。
7. 若穿過 $A(-1, 3)$ 和 $B(b, 2)$ 兩點的直線垂直於斜率為 -2 的直線，求 b 的值。

8. 下圖中， $AB \perp PQ$ 。



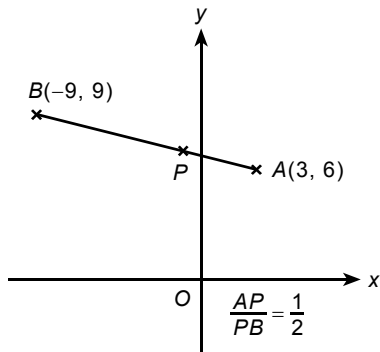
- (a) 求 PQ 的斜率。
- (b) 求 h 的值。

9. 已知 $\triangle ABC$ 的頂點為 $A(-13, 8)$ 、 $B(-10, 2)$ 和 $C(8, 11)$ ，求證 $\triangle ABC$ 是直角三角形。哪一個角是直角？
10. 若 $M(3, 3)$ 是 $A(a, -2)$ 和 $B(5, b)$ 的中點，求 a 和 b 的值。
11. 下圖中， $P(-1, 2)$ 為線段 AB 上的一點，求 a 和 b 的值。

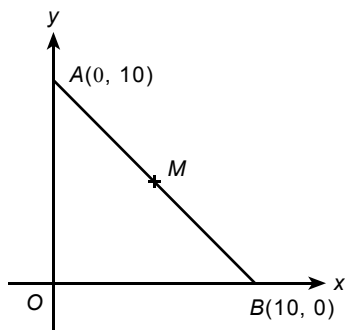


12. 已知 $A(1, 2)$ 和 $B(4, 5)$ 兩點，若 P 點以 $1:2$ 的比把 AB 分成兩部分，求 P 點的坐標。

13. 下圖中， P 為線段 AB 上的一點，求 P 點的坐標。

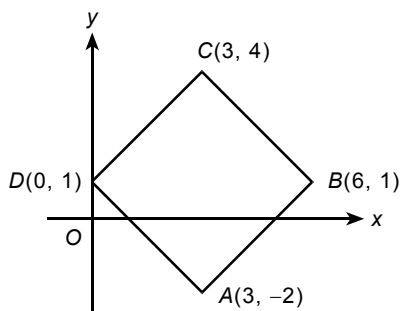


14. 下圖中， $\triangle AOB$ 的頂點為 $A(0, 10)$ 、 $O(0, 0)$ 和 $B(10, 0)$ 。



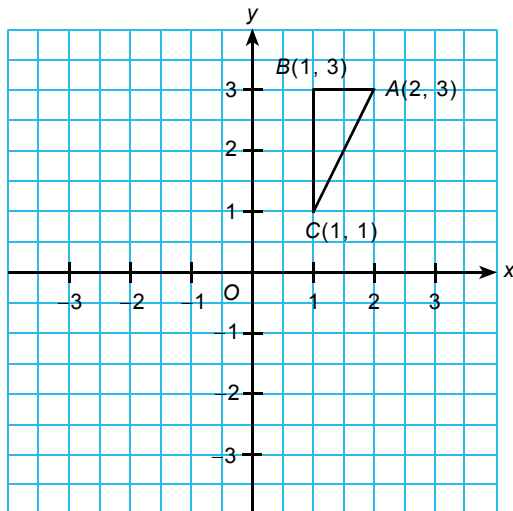
- (a) 證明 AOB 是等腰三角形。
- (b) 若 M 是 AB 的中點，求 M 的坐標。
- (c) 求 OM 和 AB 的斜率。
- (d) 求證 $OM \perp AB$ 。

15. 下圖中，四邊形 $ABCD$ 的頂點為 $A(3, -2)$ 、 $B(6, 1)$ 、 $C(3, 4)$ 和 $D(0, 1)$ 。



- (a) 求證 $ABCD$ 是正方形。
- (b) 求證四邊形 $ABCD$ 的對角線互相平分。

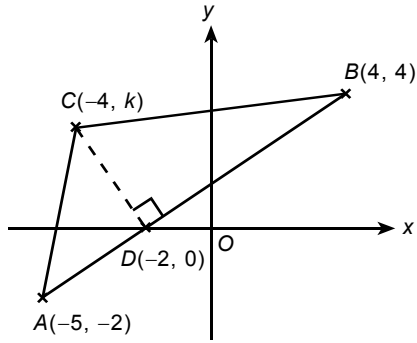
16. 已知 $A(1, 1)$ 和 $B(4, 2)$ 兩點。把線段 AB 向右移 2 個單位，然後下移 1 個單位，得出影像 $A'B'$ 。求證 $AB = A'B'$ 。
17. 已知 $A(-2, 5)$ 和 $B(3, 2)$ 兩點。把線段 AB 沿 x 軸作反射變換，得出影像 $A'B'$ 。求證 $AB = A'B'$ 。
18. 下圖中， $\triangle ABC$ 的頂點為 $A(2, 3)$ 、 $B(1, 3)$ 和 $C(1, 1)$ 。若 $\triangle ABC$ 以原點為中心旋轉 180° ，得出影像 $\triangle A'B'C'$ 。求影像 $\triangle A'B'C'$ 的頂點坐標，並在直角坐標平面上繪畫 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 。



程度二

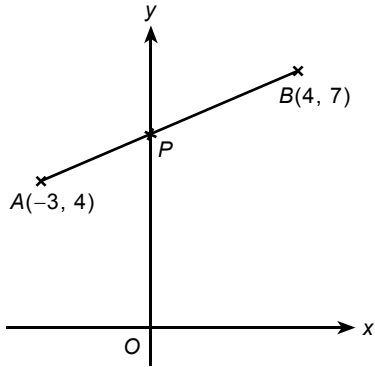
19. 已知 $A(-2, 4)$ 、 $B(0, -2)$ 和 $C(3, -1)$ 三點。
- (a) 求證 $\triangle ABC$ 是直角三角形。
- (b) 求 $\triangle ABC$ 的面積。
20. 已知穿過 $A(3, 2k)$ 和 $B(-3k, -18)$ 兩點的直線的斜率為 2，求 k 的值。
21. 已知一條斜率為 m 的直線與 x 軸的交點坐標是 $(2, 0)$ 。若該直線穿過 $(3, -3)$ ，求 m 的值。
22. 如果穿過 $A(2h, 4)$ 和 $B(-2, 5)$ 的直線與穿過 $C(2, -3)$ 和 $D(-2, -1)$ 的直線互相平行，求 h 的值。
23. 求證 $A(1, 1)$ 、 $B(0, -3)$ 、 $C(7, 11)$ 和 $D(4, 7)$ 四點形成一個梯形。
24. 已知 A 、 B 和 C 三點的坐標分別為 $(3, -1)$ 、 $(-2, 3)$ 和 $(2, 5)$ ，若垂直於 AB 的直線穿過 C 點並與 x 軸相交於 S 點，求 S 點的坐標。

25. 下圖中， CD 垂直於 AB 。



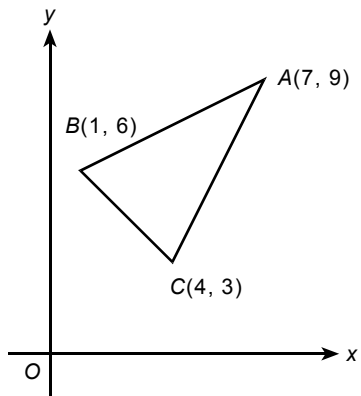
- (a) 求 CD 的斜率。
 (b) 求 k 的值。

26. 下圖中，線段 AB 與 y 軸相交於 P ，問 P 點把 AB 按甚麼比分成兩部分？



27. 一線段的兩個端點為 $A(3, a)$ 和 $B(b, b)$ ，且 $P(5, 7)$ 在線段 AB 上。若 $AP : PB = 1 : 2$ ，求 a 和 b 的值。
28. 已知 $A(4, 8)$ 和 $B(1, 4)$ 兩點。若延長線段 AB ，它便與 x 軸相交於 C 點。
 (a) 求 $AB : BC$ 。
 (b) 求 C 點的坐標。
29. 已知 $A(-1, 3)$ 和 $B(8, 0)$ 兩點， P 和 Q 是線段 AB 上的兩點。若 P 和 Q 把 AB 分成三等份，求 P 和 Q 的坐標。
30. $\triangle ABC$ 的頂點為 $A(0, 2)$ 、 $B(4, 0)$ 和 $C(5, 2)$ 。求證 $\triangle ABC$ 是直角三角形。

31. 下圖中， $\triangle ABC$ 的頂點為 $A(7, 9)$ 、 $B(1, 6)$ 和 $C(4, 3)$ ， P 和 Q 分別是 AB 和 AC 上的點，其中 $AP : PB = AQ : QC = 2 : 1$ 。



- (a) 求 P 和 Q 的坐標。
- (b) 求 PQ 和 BC 的斜率。
- (c) 問 $\triangle ABC$ 和 $\triangle APQ$ 是否相似？試說明原因。

程度三

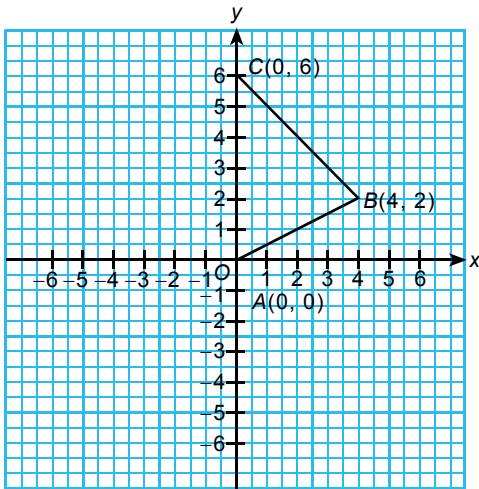
32. 已知 $A(0, 0)$ 、 $B(4, -3)$ 、 $P(-7, -1)$ 和 $Q(-4a, 3a)$ 四點。

- (a) 若 $AB \perp PQ$ ，求 a 的值。
- (b) 求證 A 、 B 和 Q 三點共線。
- (c) 由此，求 P 點與直線 AB 的最短距離。

33. 已知 $\triangle ABC$ 的頂點為 $A(-5, k)$ 、 $B(1, 4)$ 和 $C(-1, 6)$ ， BC 與 y 軸相交於 D 點。

- (a) 求 BC 的斜率。
- (b) 求 D 點的坐標。
- (c) 若 $AD \perp BC$ ，求 k 的值。
- (d) 由此，求證 $\triangle ABC$ 是一個等腰三角形。

34. 把下圖中 $\triangle ABC$ 以原點為中心作逆時針方向旋轉 90° ，得出影像 $\triangle A'B'C'$ 。



- (a) 求影像 $\triangle A'B'C'$ 的頂點坐標，並在同一直角坐標平面上繪畫 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 。
- (b) 分別求 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 各邊的邊長。(如有需要，答案以根式表示。)
- (c) 求證 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 。